

Myślałbyś, drogi użytkowniku, że to podobny kaliber i jakość zajęć co mfi, lecz nie! To ma sensowny wykład i ćwiczenia - triumf akademii.

1 Teoria złożoności

- P - klasa problemów, które można rozwiązać w czasie wielomianowym

$$c \cdot (|V| + |E|)^k$$

- NP - klasa problemów, których nie można rozwiązać w czasie wielomianowym
- NP-trudne - problemy, które można wielomianowo zamienić w inny problem w klasie NP.
- co-NP - klasa problemów, których komplement jest w klasie NP

Klasa P jest symetryczna. Jeśli problem decyzyjny należy do klasy P, to jego komplement - negacja, również należy do klasy P. Klasa NP nie jest symetryczna.

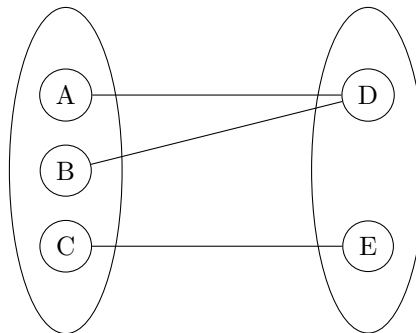
2 Grafy

- Graf regularny - wszystkie wierzchołki są tego samego stopnia
- Indukowany - podgraf stworzony przez wybranie podzbioru wierzchołków
- Składowe - spójne podgrafy, które nie są połączone
- Rozpinający - podgraf, który zawiera wszystkie wierzchołki grafu. **Niekoniecznie spójny** - kwestia konwencji
- Cykl Hamiltona - cykl, który przechodzi przez wszystkie wierzchołki grafu

Równość w grafie jest *dziwna*. Aby grafy były równe, muszą mieć identyczne zbiory wierzchołków i krawędzi. Jako że, elementy zbioru są unikalne i rozróżnialne, to wpływ etykietowania na równość jest istotny. Identyczne grafy, o innym etykietowaniu, są różne; można stworzyć nowy graf, zmieniając etykietowanie.

2.1 Graf Dwudzielny

Graf dwudzielny, to graf, w którym wierzchołki są podzielone na dwa zbiory. Między wierzchołkami z różnych zbiorów występują krawędzie, lecz między wierzchołkami z tego samego zbioru nie ma krawędzi.



Rysunek 1: Przykład grafu dwudzielnego

Jeśli nie ma cyklu nieparzystego, i tylko wtedy, to graf jest dwudzielny.

2.2 Drzewo

Drzewo to graf acykliczny, w którym każdy wierzchołek ma jednego lub więcej wierzchołków potomnych. Graf pusty, jest drzewem. Każde drzewo, jest lasem, czyli niespójnym drzewem.

2.3 Izomorfizm

Izomorfizm to relacja między dwoma grafami, oznaczana $\cong$. Znaczy ona, że istnieje bijekcja między wierzchołkami i krawędziami dwóch grafów. To oznacza, że aby grafy były izomorficzne, każdy wierzchołek i krawędź jednego grafu musi być mapowany na odpowiedni wierzchołek i krawędź drugiego grafu, zachowując relatywną strukturę.

To oznacza, że stopnie nie mogą się różnić, cykle muszą być identyczne, stopnie sąsiedztwa muszą być identyczne, etc. . . Nie ma prostego sposobu na sprawdzenie.

2.4 Skojarzenie

Skojarzenie to zbiór rozłączny krawędzi, czyli podgraf, zdefiniowany przez krawędzie, tak, że każdy wierzchołek jest końcem jednej krawędzi. $\mu(G)$ to maksymalne skojarzenie w grafie G . Skojarzenie doskonałe to takie, które jest maksymalnym skojarzeniem w grafie G .

Mówimy, że wierzchołki należące do skojarzenia są nasycone.

2.4.1 Twierdzenie Halla

Graf dwudzielny $G = (V \cup W, E)$ ma skojarzenie sycające każdy wierzchołek zbioru W wtedy i tylko wtedy, gdy spełnione jest:

$$\forall S \subseteq W |N(S)| \geq |S|$$

gdzie $N(S)$ to zbiór sąsiadów wierzchołków w S .

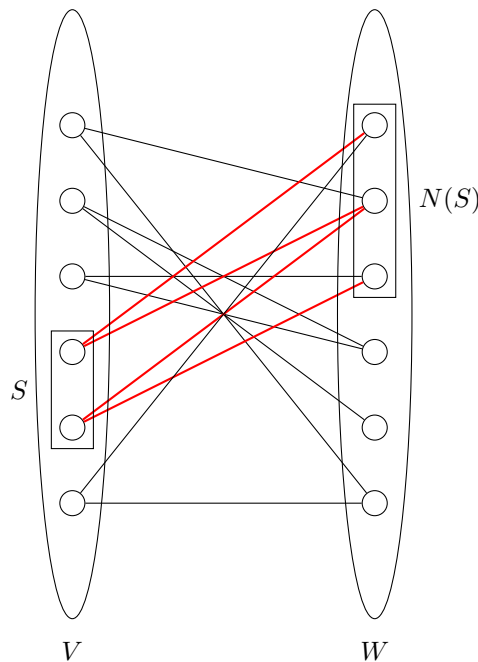
Tutaj istotnym jest obserwacja, że tym skojarzeniem, są połączenia między dwoma zbiorami V i W .

2.4.2 Twierdzenie o małżeństwach

Każdy k -regularny graf dwudzielny $G = (V \cup W, E)$ ma skojarzenie doskonałe.

Kluczową obserwacją jest $|E| = k|V| = k|W|$. Z tego wynika, przy pomocy twierdzenia Halla:

$$\forall S \subseteq W k|N(S)| \geq k|S| \Rightarrow |S| \leq |N(S)|$$



Rysunek 2: Graf z twierdzenia dla $k = 2$

2.4.3 Twierdzenie Tutte

Niech $G = (V, E)$ będzie dowolnym grafem. G ma skojarzenie doskonałe wtedy i tylko wtedy, gdy

$$\forall S \subseteq V \quad o(G \setminus S) \leq |S|$$

gdzie $o(G)$ to liczbą składowych nieparzystych w grafie G .